

BURULMA ETKİSİ ÖRNEKLER



PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR

a) Denge Burulması:

Yapı sistemi veya elemanında dengeyi sağlayabilmek için burulma momentine gereksinme varsa, burulma denge burulmasıdır. Sözü edilen gereksinme, elastik aşamada değil taşıma gücü aşamasındaki gereksinmedir.

Denge burulmasında, burulma momenti sistemin ayrılmaz bir parçasıdır. Kirişin kritik kesitleri, oluşan burulma momentlerini karşılayacak şekilde boyutlandırılmalı ve donatılmalıdır.

Denge burulması olan sistemlerde klasik yöntemlerle (doğrusal-elastik) hesaplanan burulma momenti azaltılamaz.

b) Uygunluk Burulması:

Eğer bir sistemde burulma momentinin bulunması denge için zorunlu koşul değilse söz konusu burulma uygunluk burulmasıdır.

Sistem elastik sınırlar içindeyken denge koşulunda burulma momenti yer almakta ise de, bu aşamadan sonra sistemin stabilitesini bozmadan, belirli noktalarda oluşturulacak plastik mafsallarla denge için burulmaya gereksinme kalmayabilir.

BURULMA HESABI

DENGE BURULMASI

UYGUNLUK BURULMASI

Kullanılabilirlik
sınır durumu

Taşıma gücü
sınır durumu

Eğik Çatlama
Sınırı

Kesme
kuvveti
+
Burulma
Momenti

$$\left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2 \leq 1.0$$

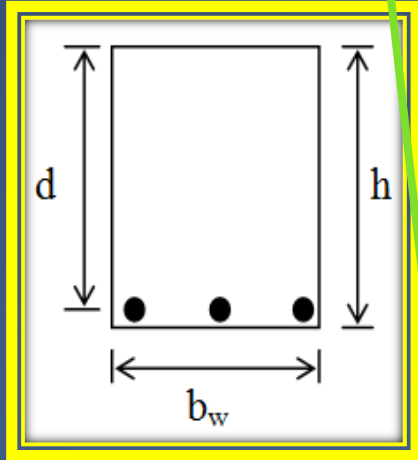
$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d$$

$$T_{cr} = 1.35 f_{ctd} S$$

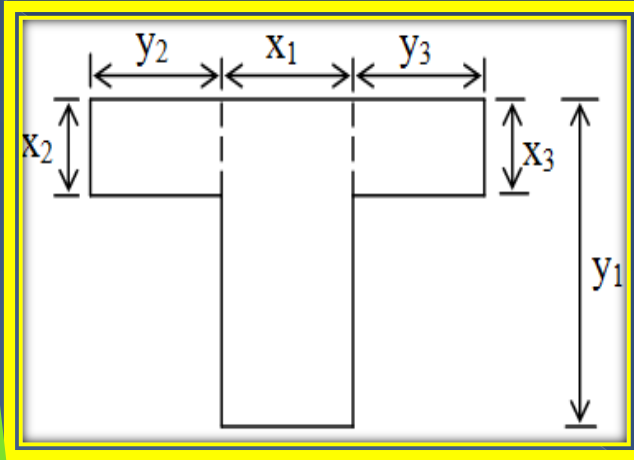
Taşıma gücü
sınır durumu

S

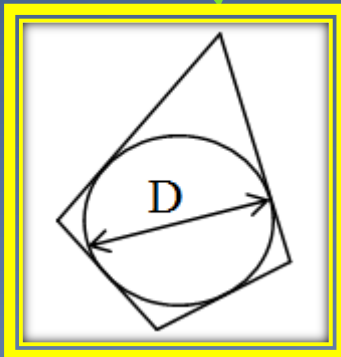
Burulma dayanım momenti



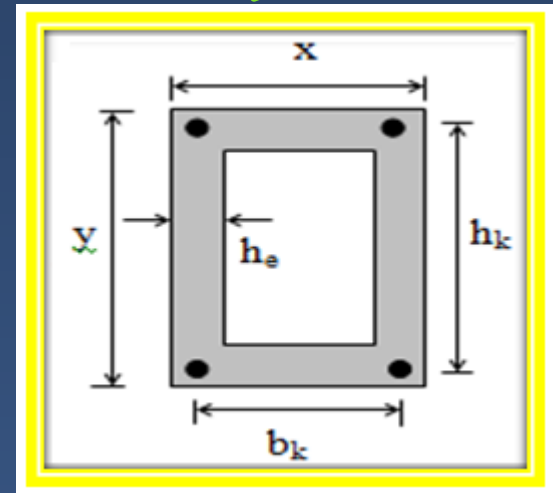
$$S = \left(\frac{1}{3}\right) b_w^2 h$$



$$S = \left(\frac{1}{3}\right) \sum x_i^2 y_i$$



$$S = \frac{\pi D^3}{12}$$



$$h_e \geq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

$$S = \left(\frac{1}{3}\right) x^2 y$$

$$h_e \leq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

$$S = 2(b_k)(h_k)h_e$$

TASARIM BURULMA MOMENTİ

DENGE BURULMASI

Elastik çözümlmeden elde edilir.
Azaltılmadan kullanılır.

UYGUNLUK BURULMASI

Burulma momenti hesabına gerek yoktur.
Çatlama momentine eşit kabul edilir.
Minimum etriyenin sağlanması yeterlidir.

$$T_d = T_{cr}$$

$$T_d \leq 1.35 f_{ctd} S$$

→ **Burulma ihmal !**

EĞİK ÇATLAMA
SINIRI
AŞILIYORSA
ETRİYE
HESABI;

$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{ov}}{s} + \frac{A_{ot}}{s}$$

$$\frac{A_{ov}}{s} = \frac{(V_d - V_c)}{n f_{ywd} d}$$

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}}$$

Gerekli boyuna donatı

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} (U_e) \frac{f_{ywd}}{f_{yd}}$$

Gevrek Kırılmanın Önlenmesi

a) Minimum Donatı

$$\frac{A_o}{s} \geq 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d b_w} \right) b_w$$

$$T_d / (V_d b_w) \leq 1.0$$

$$A_{sl} = \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e}$$

Uygunluk burulmasında $T_d = T_{cr}$

b) Üst Sınır

$$\left(\frac{T_d}{1.35 S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq 0.22 f_{cd}$$

Bu koşul sağlanamazsa, kiriş kesit boyutları büyütülmelidir.

Donatı Detayları

Kesme kuvveti
+
Burulma Momenti

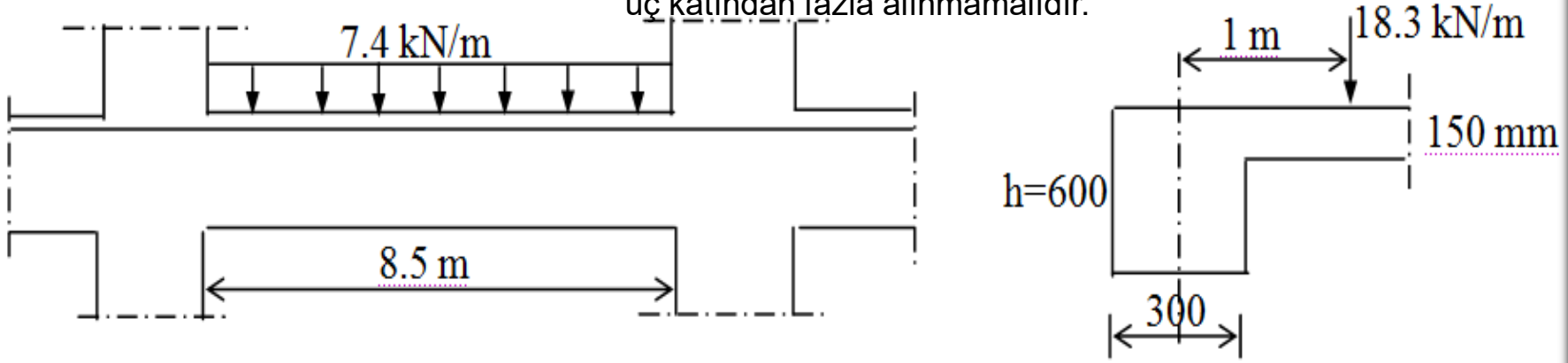
135° kapalı etriye kullanılmalı
Etriye aralığı:

$$s \leq d/2 \quad s \leq U_e/8 \quad s \leq 300 \text{ mm}$$

Boyuna donatı: $\phi > 12 \text{ mm}$ veya $\phi = 12 \text{ mm}$

Örnek

hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

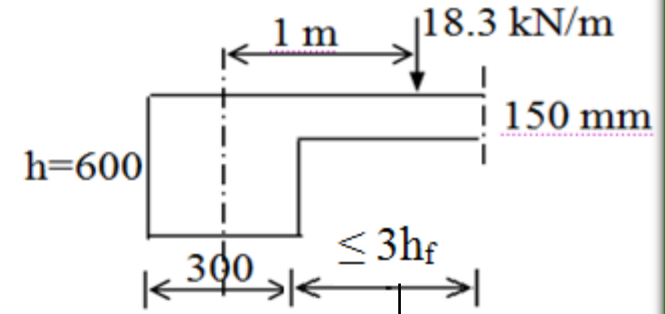
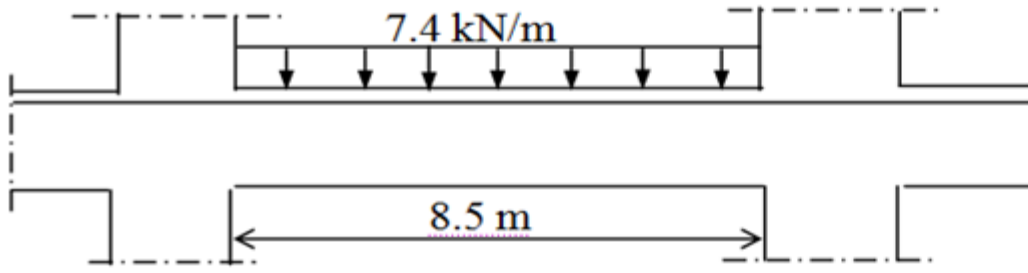


Şekil 6.3

Şekil 6.3'te verilen 8.5 m açıklıklı kiriş monolitik olarak üzerindeki konsol plağı taşımaktadır. Konsol plak 18.3 kN/m lik yayılı yükü, 1m. eksantrisite ile uygulamaktadır. Kiriş üzerinde ise 7.4 kN/m lik yayılı yük bulunmaktadır.

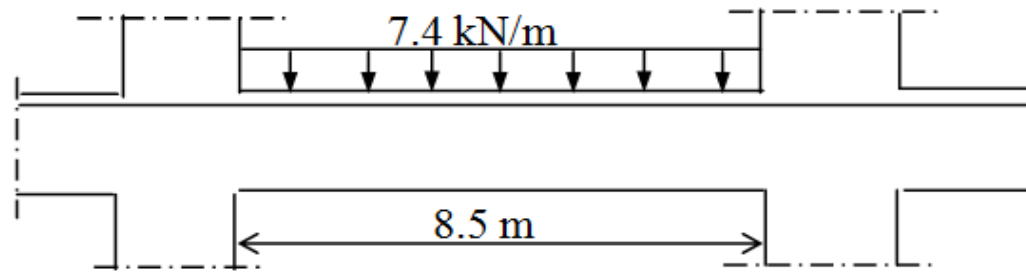
- L kesit olarak oluşan kiriş kesitini burulmaya göre kontrol ediniz.
- $h=610$ mm kabul ederek burulma ve kesme donatısını hesaplayınız (çap ve aralık seçilecektir). Malzeme C25, S420 ve paspayı=50 mm.

Örnek

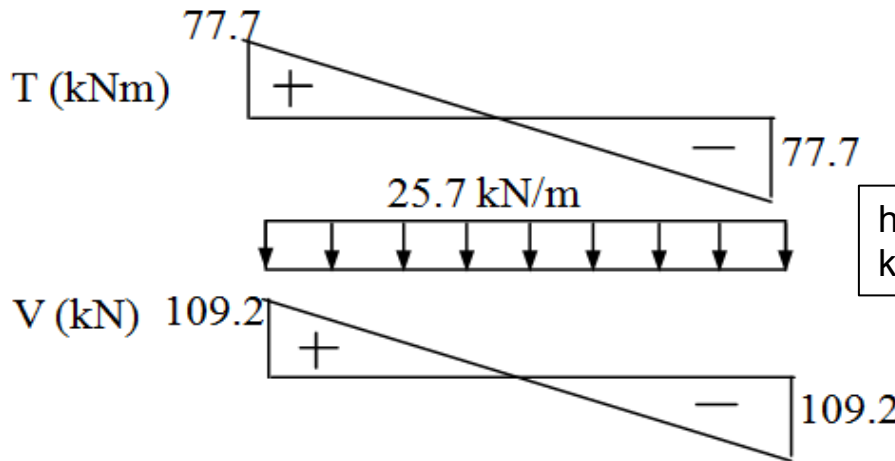
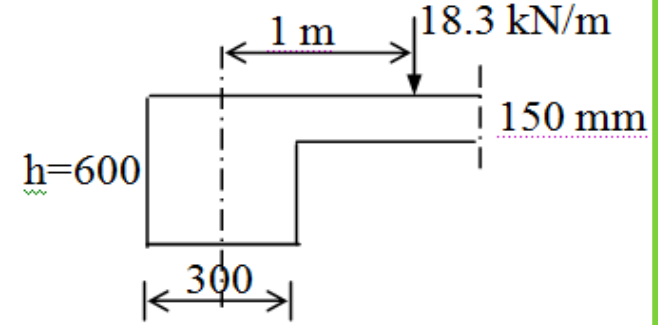


Şekil 6.3

Çözüm:



$$3h_f = 3 \times 150 = 450 \text{ mm}$$

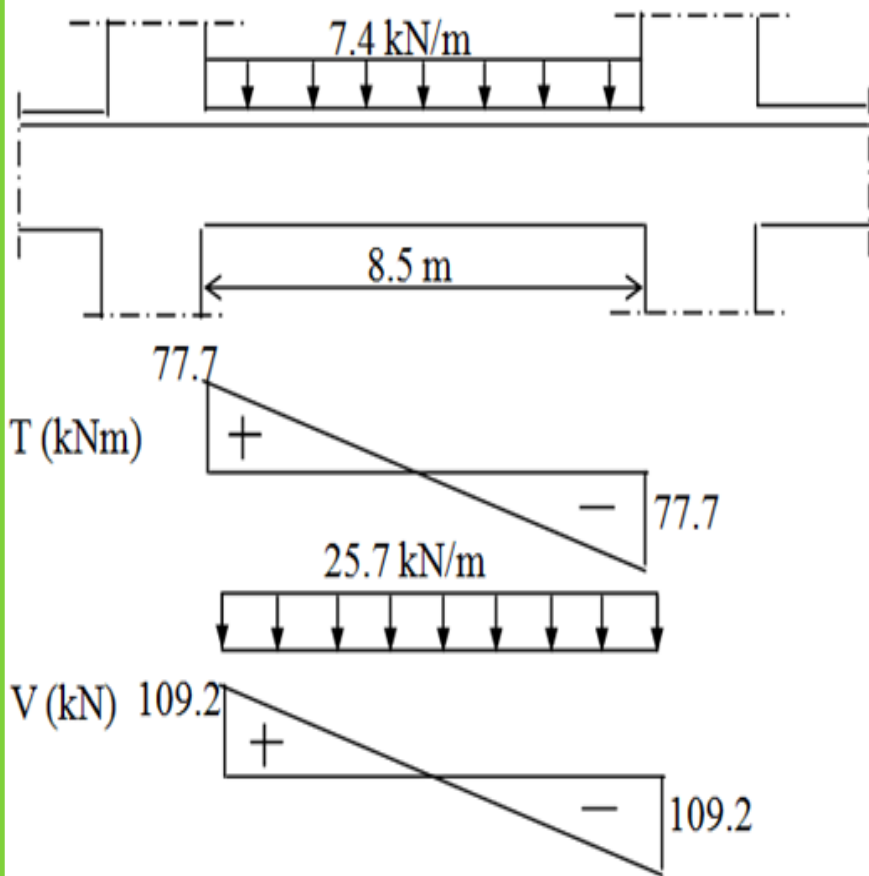


$$T_d = 18.3 \times 1 \times 8.5 \times \frac{1}{2} = 77.7 \text{ kNm}$$

hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

$$q = 7.4 + 18.3 = 25.7 \text{ kN/m}$$

Şekil 6.4



a) Burulma kontrolü:

$$V_d = V - P_d(d) = 109.2 - 25.7 \times 0.55 = 95.06 \text{ kN}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 0.65 \times 1.15 \times 10^{-3} \times 300 \times 550 = 123.3 \text{ kN}$$

$$V_{cr} > V_d$$

$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i$$

$$1.35S = 0.45 \times (300^2 \times 600 + 150^2 \times 450) = 28856.25 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

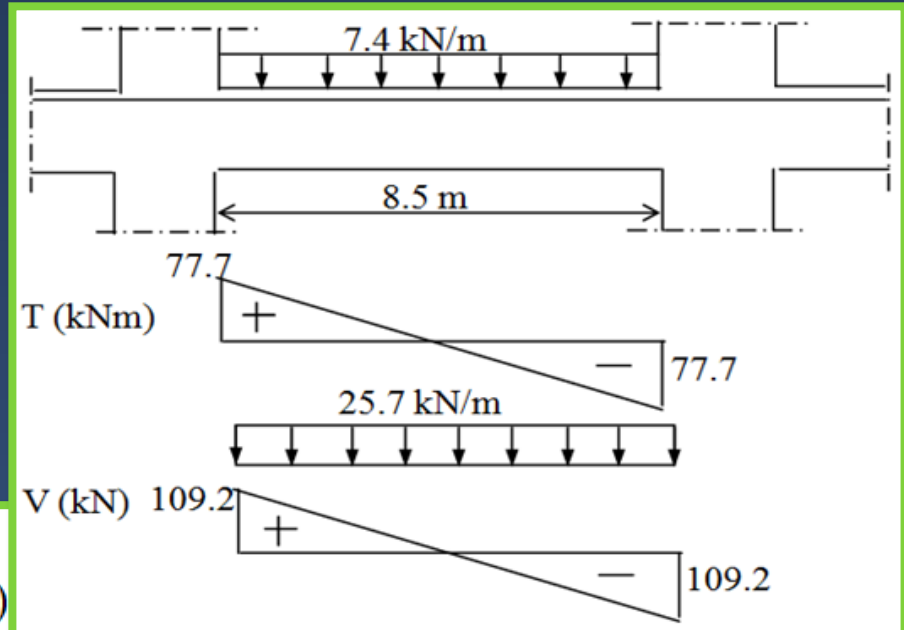
$$T_{cr} = 1.35S f_{ctd} = 28856.25 \times 10^3 \times 1.15 \times 10^{-6} = 33.18 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır!}$$

$$\left(\frac{77.7}{33.18} \right)^2 + \left(\frac{95.06}{123.3} \right)^2 = 6.08 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır}$$

$$\tau = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{1.35S} = \frac{95.06 \times 10^3}{300 \times 550} + \frac{77.7 \times 10^6}{28.856 \times 10^6} = 3.26 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\max} = 0.22 f_{cd} = 3.74 \text{ N/mm}^2$$

Burulmaya göre boyut yeterlidir!



b)

$$b_w = 300 \text{ mm}, h = 610 \text{ mm} (d = 560 \text{ mm})$$

$$A_e = 200 \times 510 = 102000 \text{ mm}^2, U_e = 2 \times (200 + 510) = 1420 \text{ mm}$$

$$V_{cr} = 125.6 \text{ kN}, V_c = 100.5 \text{ kN}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{V_d - V_c}{2 f_{ywd} (d)} + \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}} = \frac{(95.06 - 100.5) \times 10^3}{2 \times 365 \times 560} + \frac{77.7 \times 10^6}{2 \times 102000 \times 365} = 1.04 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

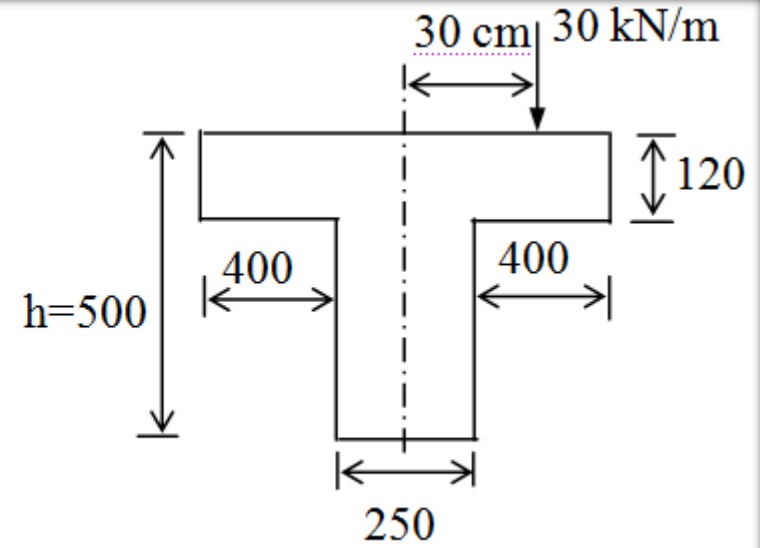
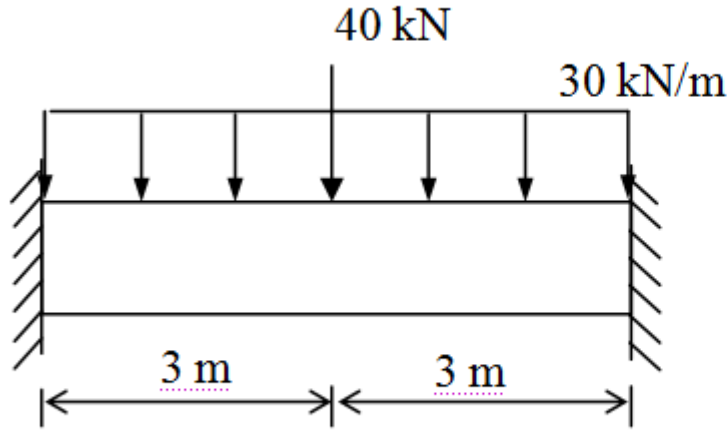
$$\phi 10 \text{ için } A_o = 78.53 \text{ mm}^2 \quad \frac{78.53}{s} = 1.04 \quad s = 75.5 \text{ mm} < (d/2, U_e/8, 30 \text{ cm})$$

Etriye $\phi 10/7 \text{ cm}$

Boyuna donatı:

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = \frac{77.7 \times 10^6}{2 \times 102000 \times 365} \times 1420 \times \frac{365}{365} = 1481.8 \text{ mm}^2$$

Örnek.



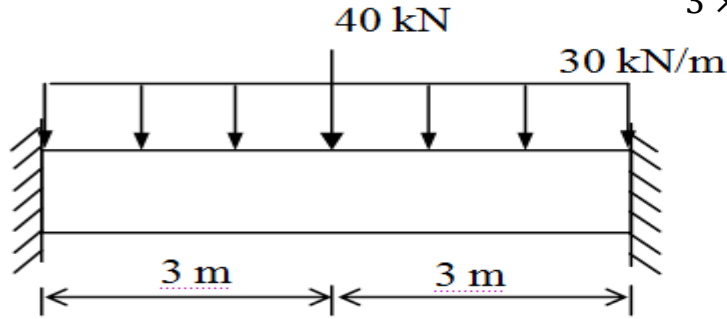
Şekil 6.5

Şekil 6.5'te verilen iki ucu ankastre kirişin eğilme, burulma ve kesme hesabını yapınız. Malzeme C20, S420, etriyeler S220, paspayı=35 mm ve beton katkısı %50 alınacaktır.

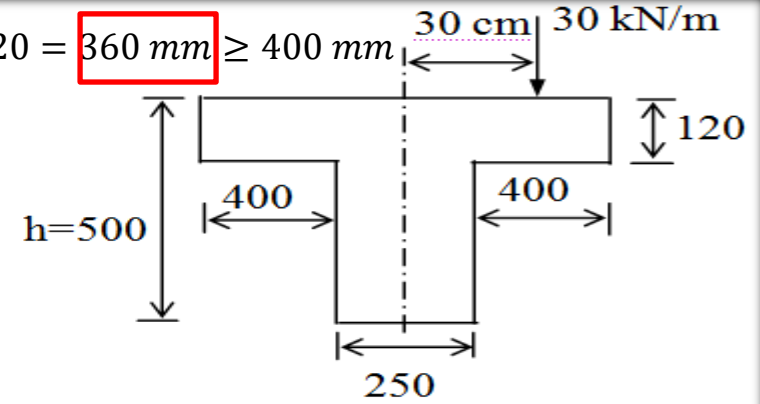
İki ucu ankastre kirişte uç momentleri:

$$\text{Yayıllı Yük} = \frac{q L^2}{12}, \quad \text{Tekil Yük} = \frac{PL}{8}$$

Örnek.

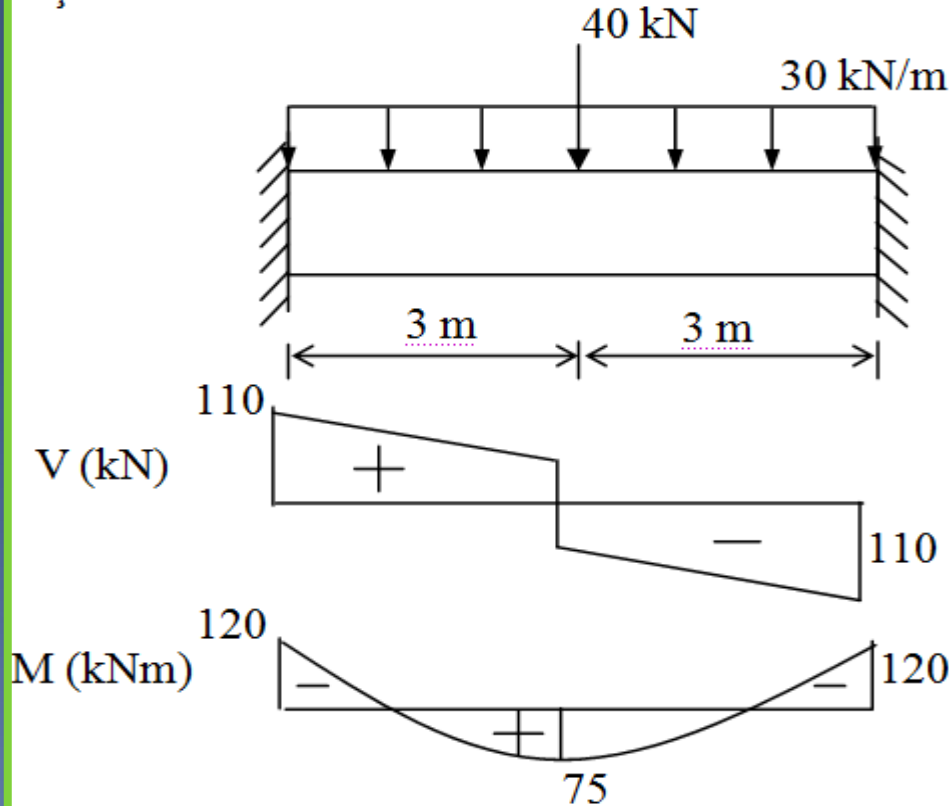


$$3 \times h_f = 3 \times 120 = 360 \text{ mm} \geq 400 \text{ mm}$$



Şekil 6.5

Çözüm:



hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

$$T = 30 \times 0.3 \times 6 = 54 \text{ kNm}$$

$$T_d = 54 / 2 = 27 \text{ kNm}$$

$$A_e = 180 \times 430 = 77400 \text{ mm}^2$$

$$U_e = 2 \times (180 + 430) = 1220 \text{ mm}$$

$$V_d = 110 - 30 \times 0.465 = 96.05 \text{ kN}$$

Eğilme:

$$(+M_d=75 \text{ kNm}, \quad 0.9d > d-h_f/2, \quad (-)M_d=120 \text{ kNm}$$

$$(+A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot 0.9d} = \frac{75 \times 10^6}{365 \times 0.9 \times 465} = 491 \text{ mm}^2, \quad (-)A_s = \frac{120 \times 10^6}{365 \times 0.86 \times 465} = 822 \text{ mm}^2$$

Kesme+Burulma:

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 75.56 \text{ kN}, \quad V_c = 0.8V_{cr} = 60.45 \text{ kN}$$

$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i$$

$$1.35 S = 1.35 \times \frac{1}{3} \times (250^2 \times 500 + 2 \times 120^2 \times 360) = 18728100 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd} = 18.73 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = 3.69 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır!}$$

$$\left(\frac{27}{18.73} \right)^2 + \left(\frac{96.05}{75.56} \right)^2 = 3.69 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır}$$

$$\tau = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{1.35S} = \frac{96.05 \times 10^3}{250 \times 465} + \frac{27 \times 10^6}{18728100} = 2.27 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\max} = 0.22 f_{cd} = 2.86 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{V_d - 0.5 V_c}{2 f_{ywd} (d)} + \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}} = \frac{(96.05 - 0.5 \times 60.45) \times 10^3}{2 \times 191 \times 465} + \frac{27 \times 10^6}{2 \times 77400 \times 191}$$

$$\frac{A_o}{s} = 0.37 + 0.913 = 1.284 \text{ mm}^2/\text{mm}, \quad \phi 10 \text{ için } A_o = 78.53 \text{ mm}^2$$

$$\frac{78.53}{s} = 1.284 \quad s = 61.1 \text{ mm} \quad \text{Etriye } \phi 10/6 \text{ cm veya } \phi 12/8.5 \text{ cm olarak belirlenir.}$$

Boyuna donatı:

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.913 \times 1220 \times \frac{191}{365} = 583 \text{ mm}^2$$

Şekilde görülen L mesnet kirişi prefabrik döşeme elemanlarını basit mesnetli olarak taşımaktadır. L kirişleri burulma momentini aktaracak şekilde kolonlara bağlı olup açıklıkları doğrultusunda sürekli değildirler.

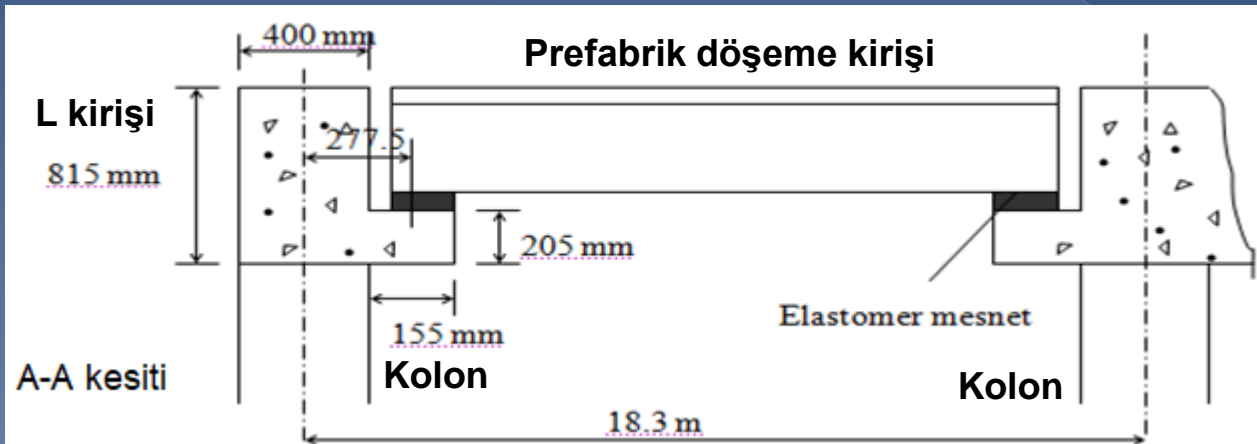
Çatı elemanları üzerindeki hareketli yük : 1.44 kN/m^2 , ölü yük ise 3.06 kN/m^2 dir.

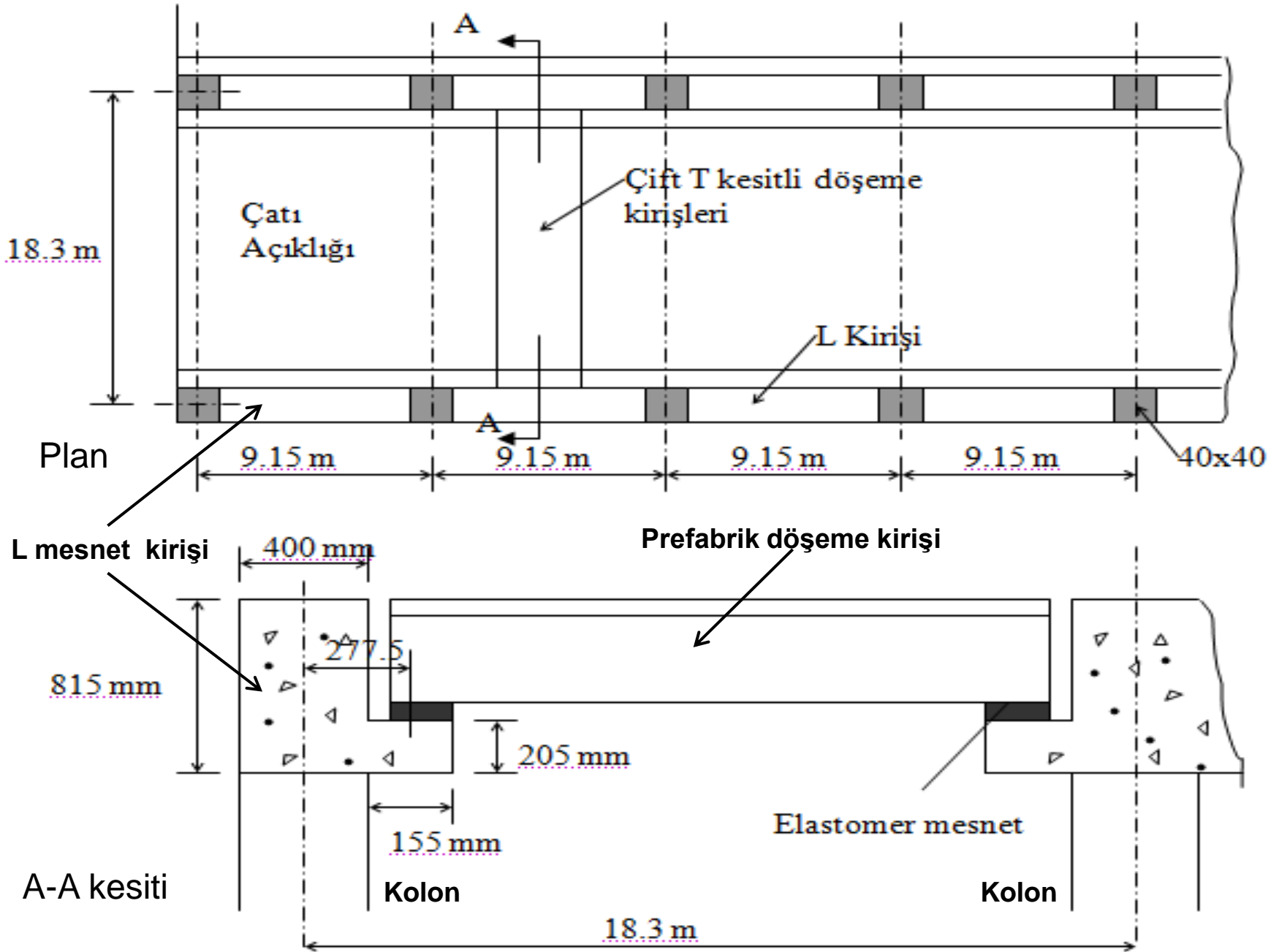
- a) L kirişi üzerine gelen ölü ve hareketli yükleri bularak tasarım yükünü (kN/m) belirleyiniz. L kirişine etki eden T_d burulma momenti, mesnet yüzünden (d) uzaklığındaki V_d kesme kuvveti ve M_d maksimum açıklık momentinin hesap değerini bulunuz.
- b) L kirişine etki eden kesit tesirlerinin hesap değerleri;

$$M_d = 756.6 \text{ kNm}$$

$$V_d = 262.1 \text{ kN (mesnet yüzünden } d \text{ uzaklığında)}$$

$T_d = 76.4 \text{ kNm}$ olduğuna göre kesme ve burulmaya göre kesitin boyutlarını kontrol ediniz ve tasarımını yapınız. Paspayı = 30 mm , malzeme C20, S420.





Çözüm:

Yük analizi:

$$\text{Ölü Yük (Çatıdan)} = 3.06 \times \frac{18.3}{2} = 28 \text{ kN/m}$$

$$\text{Ölü Yük (L Kirişi)} = (0.815 \times 0.4 + 0.205 \times 0.155) \times 24 = 8.6 \text{ kN/m}$$

$$\text{Toplam Ölü Yük} = 36.6 \text{ kN/m}$$

$$\text{Hareketli Yük} = 1.44 \times \frac{18.3}{2} = 13.14 \text{ kN/m}$$

$$P_d = 1.4g + 1.6q = 1.4 \times 36.6 + 1.6 \times 13.14 = 72.3 \text{ kN/m}$$

$$\max M = \frac{P_d L^2}{8} = \frac{72.3 (9.15)^2}{8} = 756.6 \text{ kNm}$$

$$V = 72.3 \times \frac{9.15}{2} = 330.8 \text{ kN} \quad (d = 815 - 30 = 785 \text{ mm})$$

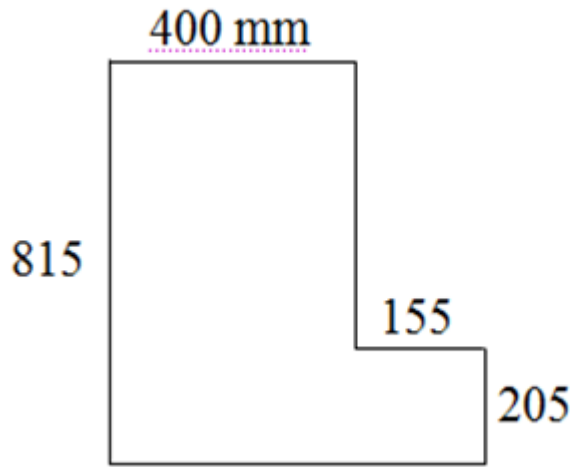
$$V_d = V - P_d \left(d + \frac{a}{2} \right) = 330.8 - 72.3 \times \left(0.785 + \frac{0.4}{2} \right) = 259.6 \text{ kN}$$

Burulma yükü:

$$g = 28 \text{ kN/m}, \quad P_d = 1.4 \times 28 + 1.6 \times 13.14 = 60.2 \text{ kN/m}$$

$$T_d = 60.2 \times \frac{9.15}{2} \times 0.2775 = 76.4 \text{ kNm}$$

b)



$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i$$

$$1.35 S = 0.45 \times (400^2 \times 815 + 155^2 \times 205) = 6.09 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd} = 6.09 \times 10^7 \times 1 \times 10^{-6} = 60.9 \text{ kNm}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 0.65 \times 1 \times 10^{-3} \times 400 \times 785 = 204.1 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 V_{cr} = 163.3 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \left(\frac{76.4}{60.9} \right)^2 + \left(\frac{262.1}{204.1} \right)^2 = 3.22 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır!}$$

$$\tau = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{1.35 S} = \frac{262.1 \times 10^3}{400 \times 785} + \frac{76.4 \times 10^6}{6.09 \times 10^7} = 2.09 \text{ N/mm}^2 < \tau_{max} = 0.22 f_{cd} = 2.86 \text{ N/mm}^2$$

Boyutlar burulmaya göre yeterlidir!

$$\tau_{max} = 0.22 \times 13 = 2.86 \text{ MPa}$$

$$A_e = (815 - 60) \times (400 - 60) = 256700 \text{ mm}^2$$

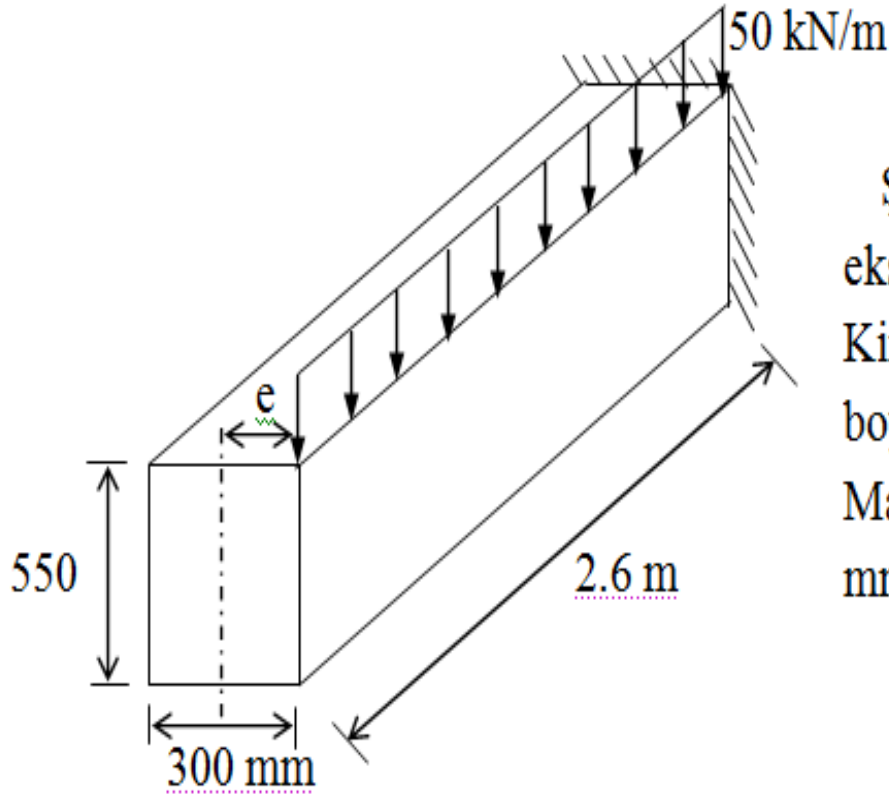
$$U_e = 2(b_k + h_k) = 2190 \text{ mm}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{V_d - V_c}{2 f_{ywd} (d)} + \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}} = \frac{(262.1 - 163.3) \times 10^3}{2 \times 365 \times 785} + \frac{76.4 \times 10^6}{2 \times 256700 \times 365} = 0.58 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\phi 8 \text{ için } A_o = 50.25 \text{ mm}^2 \quad \frac{100.5}{s} = 0.58, \quad s = 86 \text{ mm} < (d/2, U_e/8, 30 \text{ cm})$$

$$\text{Etriye: } \phi 8/8.5 \text{ cm} \quad A_{sl} = 0.408 \times 2190 \times \frac{365}{365} = 893.5 \text{ mm}^2 \quad A_{sl} = 893.5 \text{ mm}^2$$

Örnek



Şekil 6.8’de verilen konsol kiriş, $e=15$ cm eksantrisite ile 50 kN/m lik yayılı yüke maruzdur. Kirişin eğilme, burulma ve kesmeye göre boyutlarını kontrol ederek tasarımını yapınız. Malzeme C20, S420, etriyeler S220 ve paspayı=40 mm ($f_{ctd}=1$ N/mm²).

Şekil 6.8

Çözüm:

Burulma denge burulmasıdır.

$$T_d = 50 \times 0.15 \times 2.6 = 19.5 \text{ kNm}$$

$$V_d = 50 \times 2.6 = 130 \text{ kN}$$

$$M_d = 50 \times 2.6 \times \frac{2.6}{2} = 169 \text{ kNm}$$

$$b_k = 300 - 2 \times 40 = 220 \text{ mm}, \quad h_k = 550 - 2 \times 40 = 470 \text{ mm}$$

$$A_e = b_k h_k = 103400 \text{ mm}^2, \quad U_e = 2(b_k + h_k) = 1380 \text{ mm.}$$

$$1.35S = \frac{1.35}{3} \times 300^2 \times 550 = 22.275 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd} = 22.275 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-3} = 22.275 \times 10^3 \text{ kNmm} = 22.275 \text{ kNm}$$

Hesap kesme kuvveti mesnet yüzünde meydana gelmektedir.

$$V_d = 130 \text{ kN} \quad V_d = 150 - 50 \times 0.51 = 104.5 \text{ kN}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d, \quad V_{cr} = 0.65 \times 1 \times 10^{-3} \times 300 \times 510 = 99.45 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 V_{cr} = 79.56 \text{ kN}$$

Kayma gerilmesi kontrolü:

$$\tau = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{1.35S} = \frac{104.5 \times 10^3}{300 \times 510} + \frac{19.5 \times 10^6}{22.275 \times 10^6} = 1.56 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\max} = 0.22 f_{cd} = 2.86 \text{ N/mm}^2$$

Çatlama kontrolü:

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = 1.87 > 1.0 \text{ Kesit çatlamıştır.}$$
$$\left(\frac{19.5}{22.28} \right)^2 + \left(\frac{104.5}{99.45} \right)^2 = 1.87 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{V_d - 0.5V_c}{2f_{ywd} (d)} + \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} = \frac{(104.5 - 0.5 \times 79.56) \times 10^3}{2 \times 191 \times 510} + \frac{19.5 \times 10^6}{2 \times 103400 \times 191} = 0.957 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\min \frac{A_o}{s} = 0.15 \times \frac{1}{191} \times \left(1 + 1.3 \times \frac{19.5 \times 10^3}{104.5 \times 300} \right) \times 300 = 0.426 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\frac{A_o}{s} > \min \frac{A_o}{s}$$

$$\phi 8 \text{ için } A_o = 50.26 \text{ mm}^2, \quad \frac{50.26}{s} = 0.957 \quad s = 52.52 \text{ mm} \quad \phi 8/5 \text{ cm veya } \phi 10/8 \text{ cm}$$

Eğilme:

$$M_d = 169 \text{ kNm (K} > \text{K}_1)$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd(j)} d} = \frac{169 \times 10^6}{365 \times 0.86 \times 510} = 1055.6 \text{ mm}^2$$

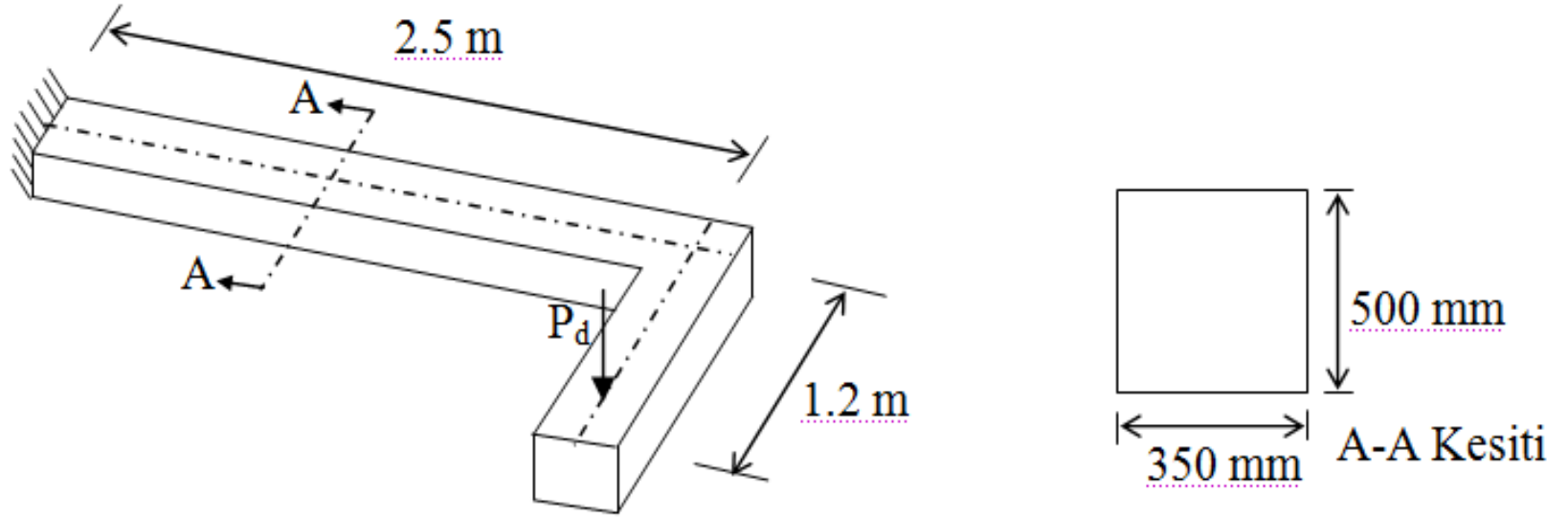
Burulma boyuna donatısı:

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = \frac{19.5 \times 10^6}{2 \times 103400 \times 191} \times 1380 \times \frac{191}{365} = 356.7 \text{ mm}^2$$

$$\text{Üst: } 1055.6 + \frac{356.7}{2} = 1234 \text{ mm}^2$$

$$\text{Alt: } 0 + \frac{356.7}{2} = 178.35 \text{ mm}^2$$

Örnek



Şekil 6.9

Şekil 6.9'da verilen konsol kirişe $P_d=53.4$ kN tekil kuvvet etki etmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilmeye göre tasarımını yapınız. Malzeme C20, S420, etriyeler S220 ve paspayı=35 mm.

Çözüm:

$$V_d = 53.4 \text{ kN}$$

$$M_d = 53.4 \times 2.5 = 133.5 \text{ kNm}$$

$$T_d = 53.4 \times 1.2 = 64.08 \text{ kNm}$$

$$b_k = 350 - 2 \times 35 = 280 \text{ mm}, \quad h_k = 500 - 2 \times 35 = 430 \text{ mm}$$

$$A_e = b_k h_k = 120400 \text{ mm}^2, \quad U_e = 2(b_k + h_k) = 1420 \text{ mm.}$$

$$1.35 S = \frac{1.35}{3} \times 350^2 \times 500 = 27.56 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd} = 27.56 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-6} = 27.56 \text{ kNm}$$

Kayma gerilmesi kontrolü:

$$\tau = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{1.35 S} = \frac{53.4 \times 10^3}{350 \times 465} + \frac{64.08 \times 10^6}{27.56 \times 10^6} = 2.65 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\max} = 0.22 f_{cd} = 2.86 \text{ N/mm}^2$$

Çatlama kontrolü: $\left(\frac{64.08}{27.56}\right)^2 + \left(\frac{53.4}{105.78}\right)^2 = 5.66 > 1$ Kesit çatlamıştır

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2 > 1.0 \text{ Kesit çatlamıştır.}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d \quad V_{cr} = 0.65 \times 1 \times 10^{-3} \times 350 \times 465 = 105.78 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 V_{cr} = 84.63 \text{ kN}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{V_d - 0.5V_c}{2f_{ywd}(d)} + \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} = \frac{(53.4 - 0.5 \times 84.63) \times 10^3}{2 \times 191 \times 465} + \frac{64.08 \times 10^6}{2 \times 120400 \times 191} = 1.455 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\frac{A_o}{s} > \min \frac{A_o}{s}$$

$$\phi 10 \text{ için } A_o = 78.5 \text{ mm}^2, \quad \frac{78.5}{s} = 1.455 \quad s = 53.95 \text{ mm} \quad \phi 10/5 \text{ cm veya } \phi 12/7.5 \text{ cm.}$$

Eğilme:

$$M_d = 133.5 \text{ kNm} (K > K_1)$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(j)d} = \frac{133.5 \times 10^6}{365 \times 0.86 \times 465} = 914.6 \text{ mm}^2$$

Burulma boyuna donatısı:

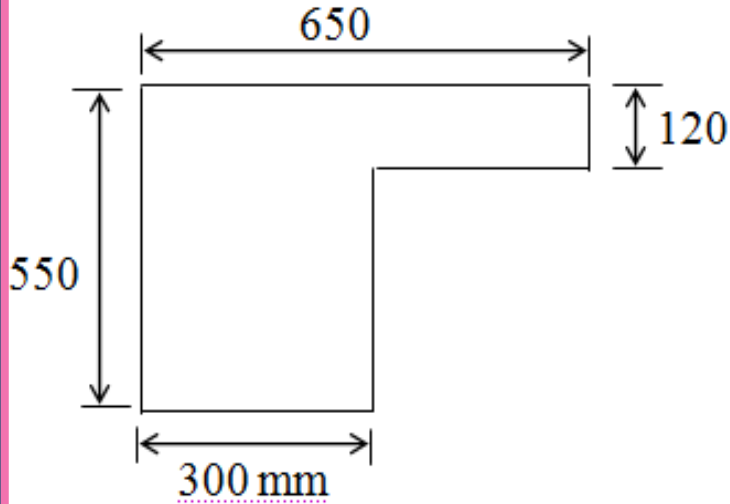
$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 1.393 \times 1420 \times \frac{191}{365} = 1035.1 \text{ mm}^2$$

$$\text{Üst: } 914.6 + \frac{1035.1}{2} = 1432.2 \text{ mm}^2$$

$$\text{Alt: } 0 + \frac{1035.1}{2} = 517.6 \text{ mm}^2$$

Çalışma Soruları

Soru 1



Şekil 6.10'da verilen kiriş kesitinde;

$$T_d = 30 \text{ kNm}$$

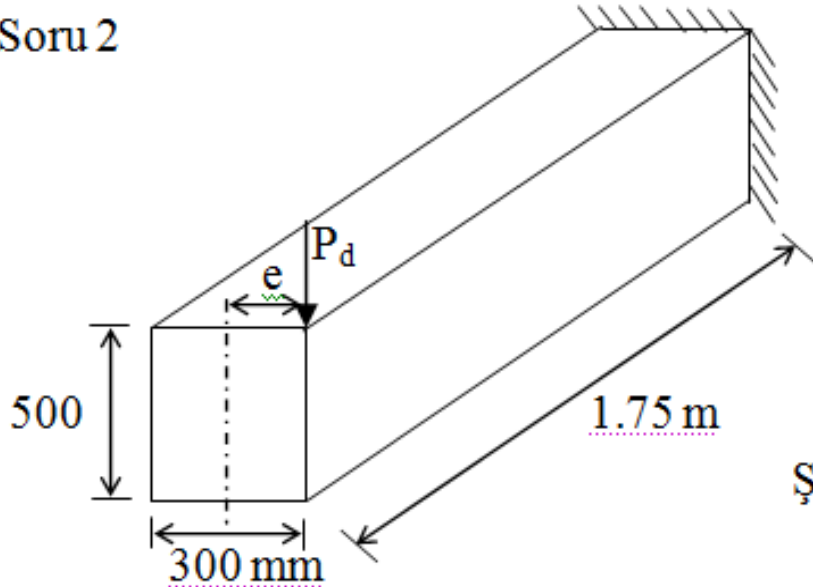
$V_d = 120 \text{ kN}$ olduğuna göre kesitin boyutlarını kontrol ederek gerekli donatı miktarını hesaplayınız.

Malzeme C20, S420, etriyeler S220 ve paspayı=50 mm.



Şekil 6.10

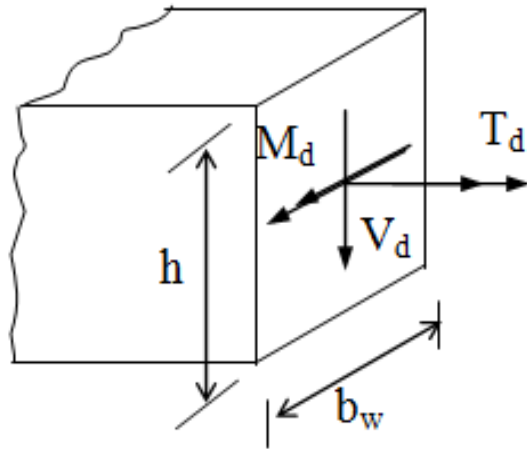
Soru 2



Şekil 6.11'de verilen konsol kirişe $P_d = 120 \text{ kN}$ luk tekil kuvvet $e = 13 \text{ cm}$ eksantrisite ile etki etmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilmeye göre tasarımını yapınız. Malzeme C25, S420, etriyeler S220 ve paspayı=40 mm.

Şekil 6.11

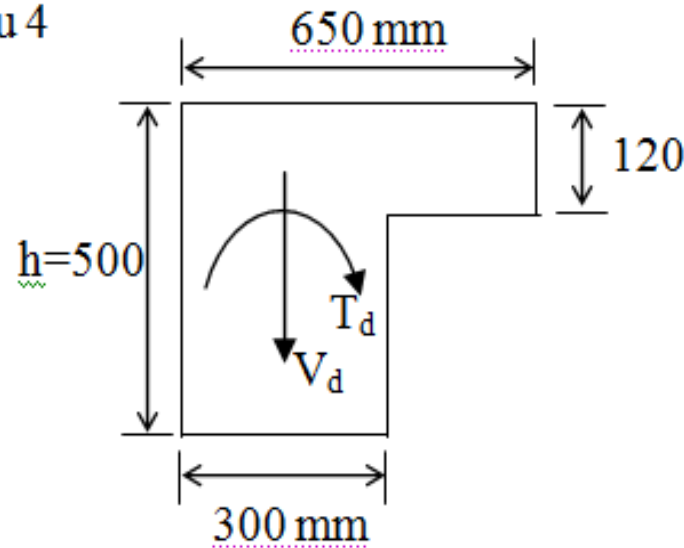
Soru 3



Şekil 6.12’de verilen kiriş;
 $V_d=133$ kN kesme kuvveti, $M_d=260$ kNm eğilme momenti ve $T_d=115$ kNm burulma momentine maruzdur. Kirişin boyutlarını belirleyerek (b_w, h) tasarımını yapınız. Malzeme C25, S420 ve paspayı=40 mm.

Şekil 6.12

Soru 4

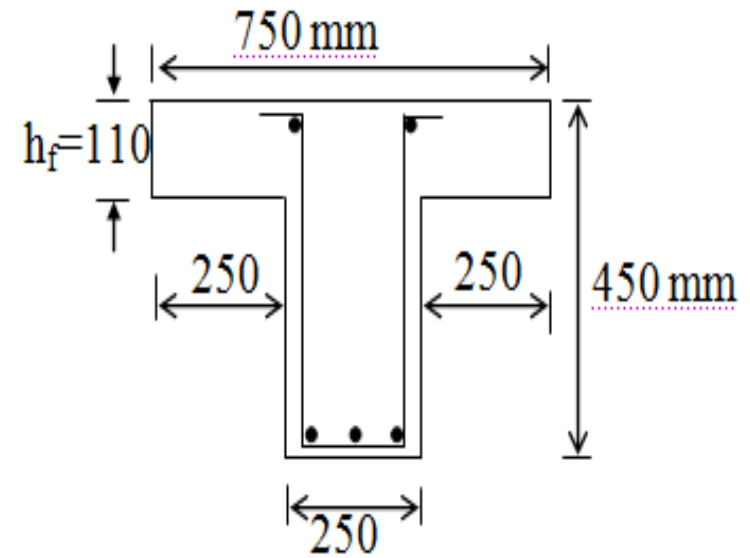
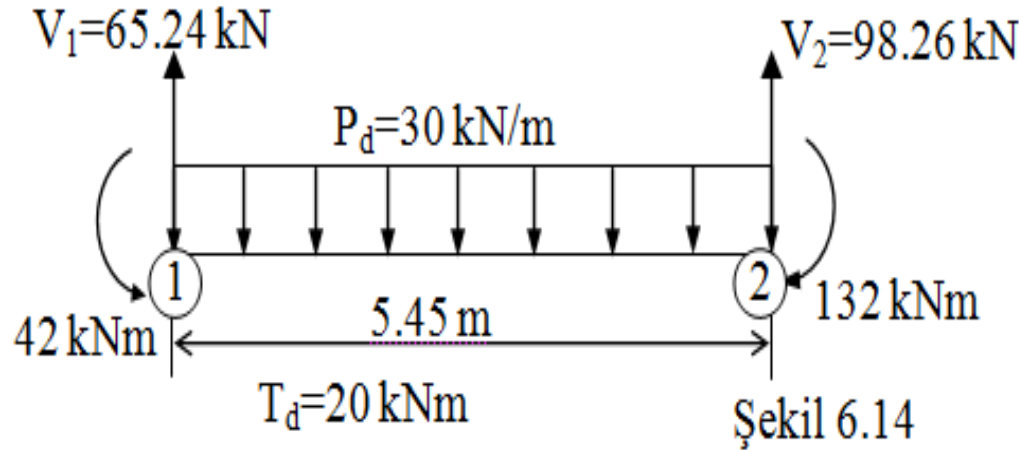


$V_d=150$ kN, $T_d=35.4$ kNm
Malzeme C25, S420, paspayı=40 mm.

Şekil 6.13

Şekil 6.13’te verilen burulma ve kesmeye maruz kiriş kesitinin boyutlarını kontrol ederek donatı hesabını yapınız.

Soru 5



Şekil 6.14'te verilen (1-2) kirişi sürekli bir kirişin elemanı olup, kirişte bulunan kesme kuvveti ve moment değerleri kirişin uçlarında verilmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilme tasarımını yapınız. Malzeme C20, S420, Etriyeler S220, paspayı=35 mm.

BURULMA ETKİSİ ÇALIŞMA SORULARI

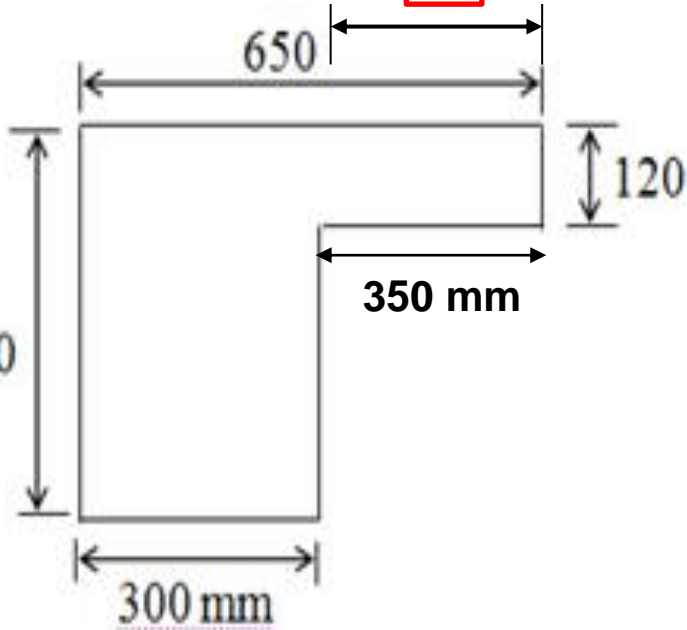


PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR

ARŞ. GÖR. SEDAT KARAAHMETLİ

Soru 1 $650 - 300 = 350 \leq 3 \times h_f = 3 \times 120 = 360 \text{ mm}$

hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.



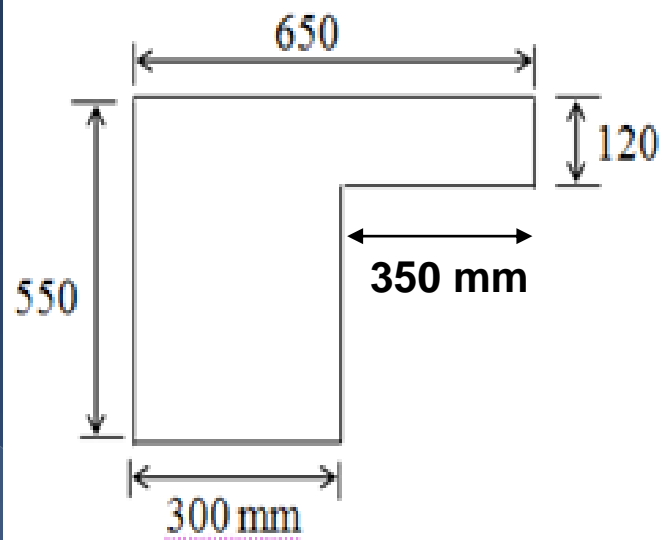
Şekil 6.10'da verilen kiriş kesitinde;

$T_d = 30 \text{ kNm}$

$V_d = 120 \text{ kN}$ olduğuna göre kesitin boyutlarını kontrol ederek gerekli donatı miktarını hesaplayınız.

Malzeme C20, S420, etriyeler S220 ve paspayı=50 mm.

Şekil 6.10



1) Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1 * (300 * 500) * 10^{-3} = 97.5 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i = \frac{1}{3} (300^2 * 550 + 120^2 * 350) = 18.18 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 18.18 * 10^6 * 1 * 10^{-6} = 24.543 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$\left(\frac{30}{24.543} \right)^2 + \left(\frac{120}{97.5} \right)^2 = 3.01 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

2)Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{30 * 10^6}{1.35 * 18.18 * 10^6} + \frac{120000}{300 * 550} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 13$$

$$1.95 \leq 2.86$$

Boyutlar yeterli

3)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$$

$$A_e = b_k * h_k = (300 - 2 * 50) * (550 - 2 * 50) = 90000 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{30 * 10^6}{2 * 90000 * 191} = 0.8726 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)} = \frac{(120 - 0.8 * 97.5) 10^3}{191 * 500 * 2} = 0.2199 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1}{191} \left(1 + 1.3 \frac{30 * 10^6}{120 * 10^3 * 300} \right) 300 = 0.4908 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.8726 + 0.2199 = 1.0925 \geq \min \frac{A_0}{s}$$

Etriye çapı $\phi 10$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$

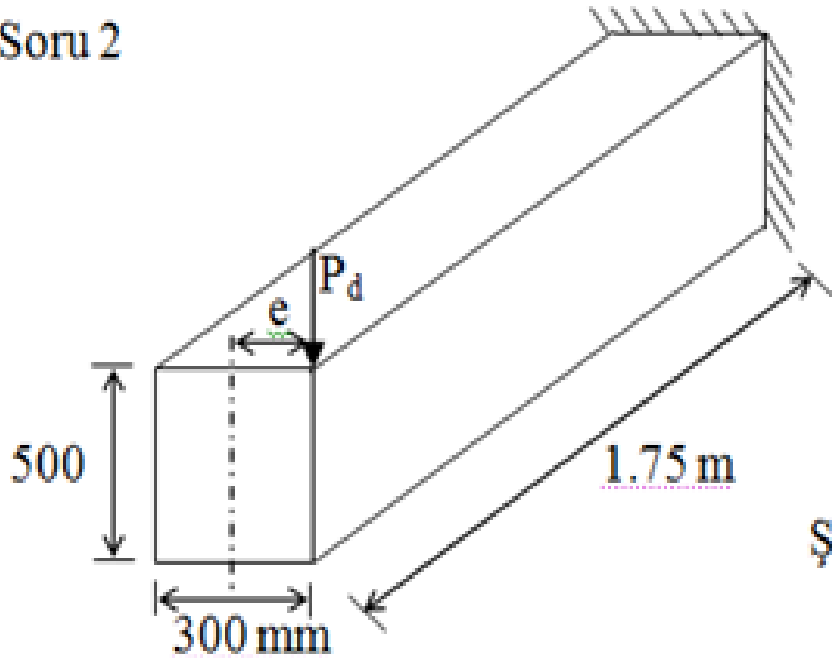
$$s = 71 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 250 \text{ mm}, \quad \frac{U_e}{8} = \frac{2 * (b_k + h_k)}{8} = \frac{2 * (200 + 450)}{8} = 162.5 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 10/7 \text{ cm}$

4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.8726 * 1300 * \frac{191}{365} = 593.6 \text{ mm}^2$$

Soru 2



Şekil 6.11’de verilen konsol kirişe $P_d=120$ kN luk tekil kuvvet $e=13$ cm eksantrisite ile etki etmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilmeye göre tasarımını yapınız. Malzeme C25, S420, etriyeler S220 ve paspayı=40 mm.

Şekil 6.11

$$V_d = 120 \text{ kN}$$

$$M_d = 120 * 1.75 = 210 \text{ kNm}$$

$$T_d = 120 * 0.13 = 15.6 \text{ kNm}$$

1)Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.2 * (300 * 460) * 10^{-3} = 107.64 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} x_i^2 y_i = \frac{1}{3} 300^2 * 500 = 15 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 15 * 10^6 * 1.2 * 10^{-6} = 24.3 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$\left(\frac{15.6}{24.3} \right)^2 + \left(\frac{120}{107.64} \right)^2 = 1.65 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

2)Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{15.6 * 10^6}{1.35 * 15 * 10^6} + \frac{120000}{300 * 460} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 17$$

$$1.64 \leq 3.74$$

Boyutlar yeterli

3)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$$

$$A_e = b_k * h_k = (300 - 2 * 40) * (500 - 2 * 40) = 92400 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{15.6 * 10^6}{2 * 92400 * 191} = 0.442 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)} = \frac{(120 - 0.8 * 107.64) 10^3}{191 * 460 * 2} = 0.193 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1.2}{191} \left(1 + 1.3 \frac{15.6 * 10^6}{120 * 10^3 * 300} \right) 300 = 0.4416 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.442 + 0.193 = 0.635 \geq \min \frac{A_0}{s}$$

Etriye çapı $\phi 10$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$

$$s = 123 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 250 \text{ mm}, \frac{U_e}{8} = \frac{2 * (b_k + h_k)}{8} = \frac{2 * (200 + 450)}{8} = 162.5 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 10/12 \text{ cm}$

4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.442 * 1280 * \frac{191}{365} = 296.05 \text{ mm}^2$$

5) Boyuna Donatı (Eğilme)

$$M_d = 210 \text{ kNm}$$

$$jd = 0.86 * d$$

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 291 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{300 * 460^2}{210 * 10^3} = 302 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_l$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * j * d} = \frac{210 * 10^6}{365 * 0.86 * 460} = 1454 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 1 * \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} * b_w * d = 1 * \frac{1.2}{365} * 300 * 460 = 453.69 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{\min}$$

6) Boyuna Donatı Seçimi

$$\text{Üstte } 1454 + \frac{296.05}{2} = 1602 \text{ mm}^2$$

Seçilen Donatı

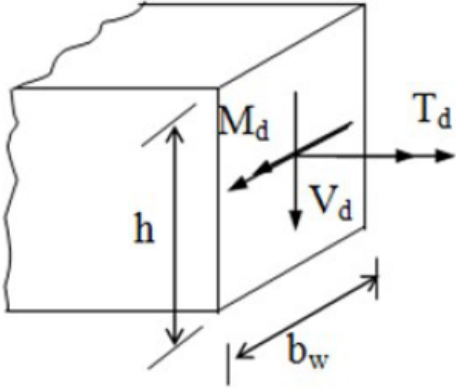
$$7\phi 18 \text{ Düz} = 1781 \text{ mm}^2$$

$$\text{Altta } 0 + \frac{296.05}{2} = 148 \text{ mm}^2$$

Mevcut Donatı

$$2\phi 12 \text{ Montaj} = 226 \text{ mm}^2$$

Soru 3



Şekilde verilen kiriş;

$V_d=250$ kN kesme kuvveti, $M_d=380$ kNm eğilme momenti ve $T_d=50$ kNm burulma momentine maruzdur. Kirişin boyutlarını belirleyerek (b_w, h) tasarımını yapınız. Malzeme C25, S420 ve paspayı=40 mm. (Beton katkısı %50 alınacaktır.)

$$V_d = 250 \text{ kN}$$

$$M_d = 380 \text{ kNm}$$

$$T_d = 50 \text{ kNm}$$

1) Boyutlandırma

Eğilmeye göre boyutlandır

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 291 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$$K_l * M_d = b_w d^2$$

$$291 * 380 * 10^3 = b_w d^2$$

$$b_w d^2 = 110647 * 10^3 \text{ mm}^3$$

$$b_w = 400 \text{ mm seçelirse } d = 526 \text{ mm}$$

Kesmeye göre boyutlandırma

$$b_w * d \geq \frac{0.9 * V_d}{f_{ctd}} = \frac{0.9 * 250 * 10^3}{1.1}$$

$$b_w * d \geq 204545$$

$$b_w = 400 \text{ mm seçelirse } d \geq 511 \text{ mm}$$

Eğilme ve Kesmeye göre $b_w = 400 \text{ mm}$ $h = 600 \text{ mm}$ seçilmiştir.

Bu boyutlar burulmaya göre de kontrol edilecektir.

Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.1 * (400 * 560) * 10^{-3} = 160.2 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} x_i^2 y_i = \frac{1}{3} 400^2 * 600 = 32 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 32 * 10^6 * 1.1 * 10^{-6} = 47.52 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$\left(\frac{50}{47.52} \right)^2 + \left(\frac{250}{160.2} \right)^2 = 3.54 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35 S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{50 * 10^6}{1.35 * 32 * 10^6} + \frac{250000}{400 * 560} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 17$$

$$2.27 < 3.74$$

Boyutlar yeterli

2)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$$

$$A_e = b_k * h_k = (400 - 2 * 40) * (600 - 2 * 40) = 166400 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{50 * 10^6}{2 * 166400 * 191} = 0.787 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - 0.5V_c}{f_{ywd}d(n)} = \frac{(250 - 0.5 * 0.8 * 160.2)10^3}{191 * 560 * 2} = 0.869 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1.1}{191} \left(1 + 1.3 \frac{50 * 10^6}{250 * 10^3 * 400} \right) 400 = 0.570 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.787 + 0.869 = 1.656 \geq \min \frac{A_0}{s}$$

Etriye çapı $\phi 12$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 12^2}{4} = 113.09 \text{ mm}^2$

$$s = 68.3 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 280 \text{ mm}, \frac{U_e}{8} = 210 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 12 / 6.5 \text{ cm}$

4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.787 * 1680 * \frac{191}{365} = 691.5 \text{ mm}^2$$

5) Boyuna Donatı (Eğilme)

$$M_d = 380 \text{ kNm}$$

$$jd = 0.86 * d$$

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 291 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{400 * 560^2}{380 * 10^3} = 330 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_l$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * j * d} = \frac{380 * 10^6}{365 * 0.86 * 560} = 2162 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 0.8 * \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} * b_w * d = 0.8 * \frac{1.1}{365} * 400 * 560 = 675 \text{ mm}^2$$

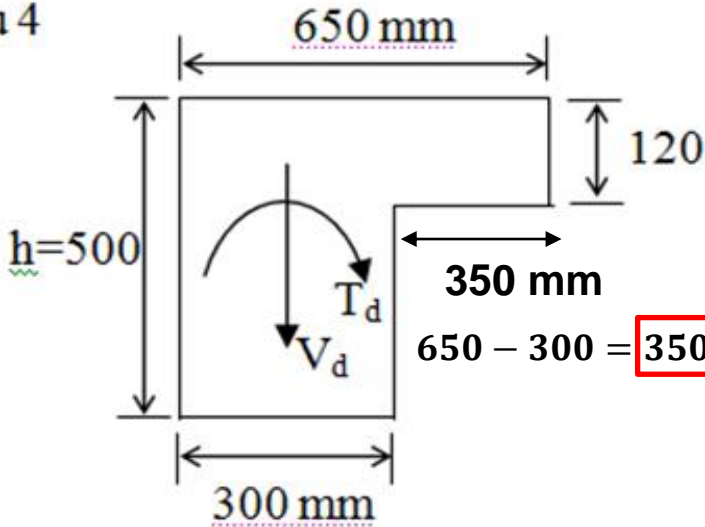
$$A_s > A_{\min}$$

6) Boyuna Donatı Seçimi

$$\text{Üstte} \quad 2162 + \frac{691.5}{2} = 2508 \text{ mm}^2$$

$$\text{Altta} \quad 0 + \frac{691.5}{2} = 346 \text{ mm}^2$$

Soru 4



$$V_d=150 \text{ kN}, T_d=35.4 \text{ kNm}$$

Malzeme C25, S420, paspayı=40 mm.

$$650 - 300 = 350 \leq 3 \times h_f = 3 \times 120 = 360 \text{ mm}$$

Şekil 6.13

hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

Şekil 6.13'te verilen burulma ve kesmeye maruz kiriş kesitinin boyutlarını kontrol ederek donatı hesabını yapınız.

1)Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.2 * (300 * 460) * 10^{-3} = 107.64 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i = \frac{1}{3} (300^2 * 500 + 120^2 * 350) = 16.68 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 18.18 * 10^6 * 1.2 * 10^{-6} = 27.02 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$\left(\frac{35.4}{27.02} \right)^2 + \left(\frac{150}{107.64} \right)^2 = 3.66 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

2)Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{35.4 * 10^6}{1.35 * 16.68 * 10^6} + \frac{150000}{300 * 460} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 17$$

$$2.66 \leq 3.74$$

Boyutlar yeterli

3)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$$

$$A_e = b_k * h_k = (300 - 2 * 40) * (500 - 2 * 40) = 92400 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{35.4 * 10^6}{2 * 92400 * 365} = 0.52 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)} = \frac{(150 - 0.8 * 107.64) 10^3}{365 * 460 * 2} = 0.19 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1.2}{365} \left(1 + 1.3 \frac{35.4 * 10^6}{150 * 10^3 * 300} \right) 300 = 0.3 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.52 + 0.19 = 0.71 \geq \min \frac{A_0}{s}$$

Etriye çapı $\phi 10$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$

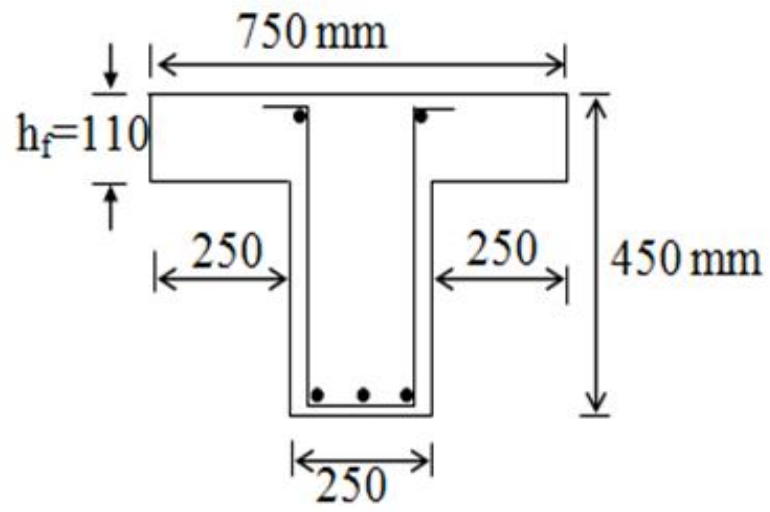
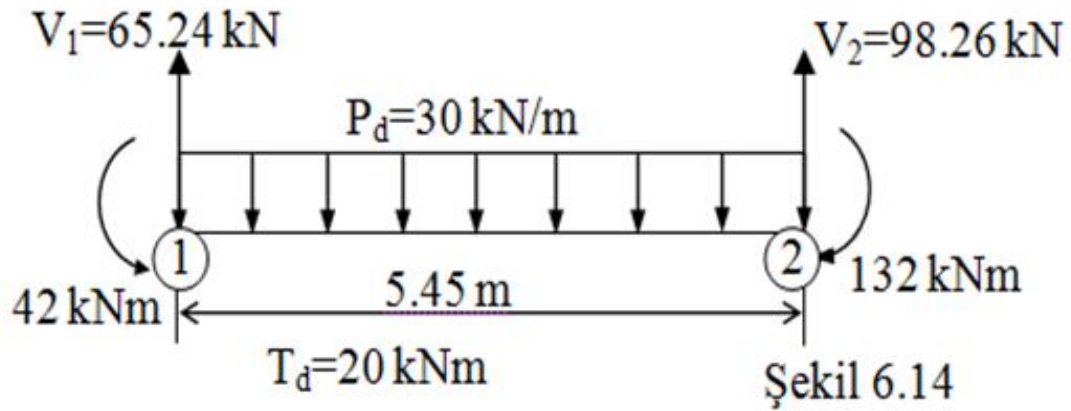
$$s = 110.6 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 230 \text{ mm}, \frac{U_e}{8} = 160 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 10/11 \text{ cm}$

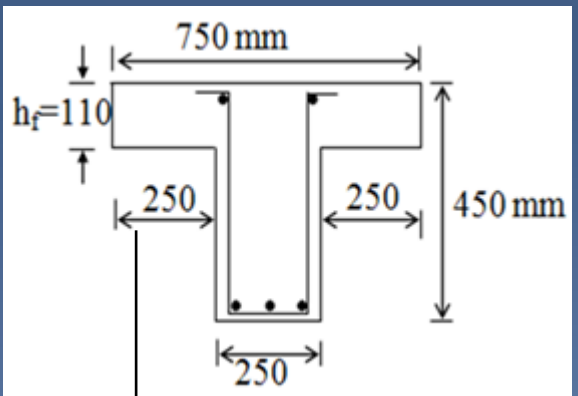
4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.52 * 1280 * \frac{365}{365} = 665.6 \text{ mm}^2$$

Soru 5



Şekil 6.14'te verilen (1-2) kirişi sürekli bir kirişin elemanı olup, kirişte bulunan kesme kuvveti ve moment değerleri kirişin uçlarında verilmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilme tasarımını yapınız. Malzeme C20, S420, Etriyeler S220, paspayı=35 mm.



hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

$$\frac{750 - 250}{2} = 250 \leq 3 \times h_f = 3 \times 110 = 330 \text{ mm}$$

1)Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1 * (250 * 415) * 10^{-3} = 67.44 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} \sum x_i^2 y_i = \frac{1}{3} (250^2 * 450 + 110^2 * 250 + 110^2 * 250) = 11.39 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 11.39 * 10^6 * 1 * 10^{-6} = 15.38 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$V_d = V - d * P_a = 98.26 - 30 * 0.415 = 85.81 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{20}{15.38} \right)^2 + \left(\frac{85.81}{67.44} \right)^2 = 3.31 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

2)Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{20 * 10^6}{1.35 * 11.39 * 10^6} + \frac{85810}{250 * 415} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 13$$

$$2.13 \leq 2.86$$

Boyutlar yeterli

3)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$$

$$A_e = b_k * h_k = (250 - 2 * 35) * (450 - 2 * 35) = 68400 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0t}}{s} = \frac{20 * 10^6}{2 * 68400 * 191} = 0.765 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)} = \frac{(85.81 - 0.8 * 67.44)10^3}{191 * 415 * 2} = 0.2 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1}{191} \left(1 + 1.3 \frac{20 * 10^6}{85.81 * 10^3 * 250} \right) 250 = 0.43 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.765 + 0.2 = 0.965 \geq \min \frac{A_0}{s}$$

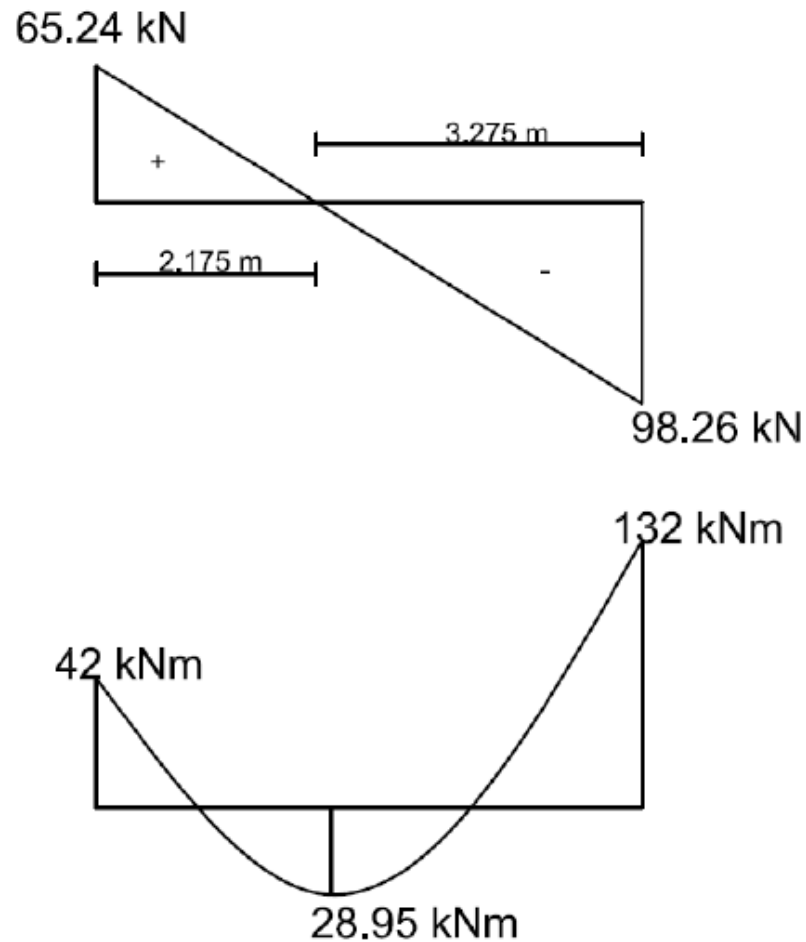
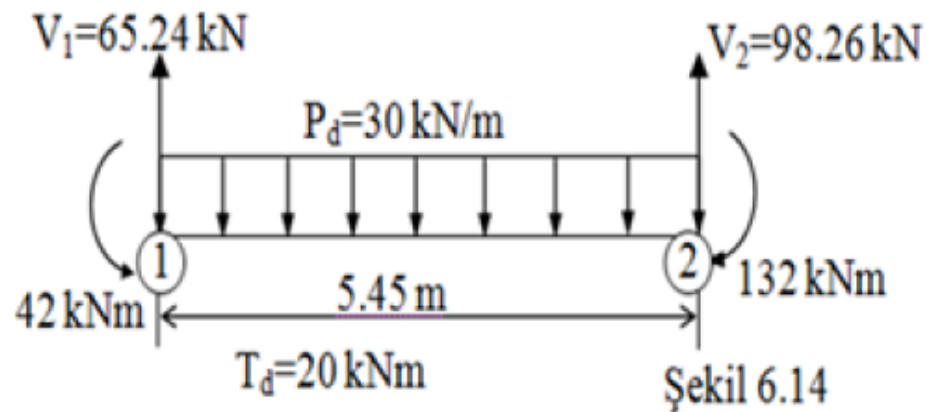
Etriye çapı $\phi 10$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$

$$s = 81.4 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 207.5 \text{ mm}, \frac{U_e}{8} = 140 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 10/8$ cm

4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.765 * 1120 * \frac{191}{365} = 448.35 \text{ mm}^2$$



Açıklık

$$M_d = (+)28.95 \text{ kN.m}$$

$$jd = 0,9 * d = 0,9 * 415 = 373.5 \text{ mm}$$

$$jd = d - \frac{h_f}{2} = 415 - \frac{110}{2} = 360 \text{ mm} \quad \text{Büyük olan alınır } jd = 373.5 \text{ mm}$$

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 380 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{250 * 415^2}{28.95 * 10^3} = 1487 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_l$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * j * d} = \frac{28.95 * 10^6}{365 * 373.5} = 212.36 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 0.8 * \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} * b_w * d = 0.8 * \frac{1}{365} * 250 * 415 = 227.4 \text{ mm}^2$$

$$A_s < A_{\min}$$

Sol Mesnet

$$M_d = (-)42 \text{ kN.m}$$

$$jd = 0.86 * d$$

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 380 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{250 * 415^2}{42 * 10^3} = 1025 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_l$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * j * d} = \frac{42 * 10^6}{365 * 0.86 * 415} = 322.4 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 1 * \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} * b_w * d = 1 * \frac{1}{365} * 250 * 415 = 284 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{\min}$$

Sağ Mesnet

$$M_d = (-)132 \text{ kN.m}$$

$$jd = 0.86 * d$$

$$K_l = \frac{4.95}{f_{cd}} = 380 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{250 * 415^2}{132 * 10^3} = 326 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K < K_l$ olduğundan çift donatılı

$$M_1 = \frac{b_w * d^2}{K_l} = \frac{250 * 415^2}{380} 10^{-3} = 113.3 \text{ kN.m}$$

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_{yd} * j * d} = \frac{113.3 * 10^6}{365 * 0.86 * 415} = 869.74 \text{ mm}^2$$

$$M_2 = M_{\max} - M_1 = 132 - 113.3 = 18.7 \text{ kN.m}$$

$$A_{s2} = \frac{M_2}{f_{yd} * (d - d')} = \frac{18.7 * 10^6}{365 * (415 - 35)} = 134.8 \text{ mm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 869.74 + 134.8 = 1004.54 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = A_{s2} = 134.8 \text{ mm}^2$$

6) Toplam Donatı ve Donatı Seçimi

Gerekli Donatılar (mm²)

		Sol Mesnet	Açıklık	Sağ Mesnet
Üstte	Burulma	224.175	224.175	224.175
	Eğilme	322.4	0	1004.54
	Toplam	546.575	224.175	1228.715
Altta	Burulma	224.175	224.175	224.175
	Eğilme	0	227.4	134.8
	Toplam	224.175	451.575	358.975

Seçilen Donatı

Altta tüm kiriş boyunca 3 ϕ 14 Düz = 462 mm²

Üstte tüm kiriş boyunca 3 ϕ 18 Düz = 763 mm²

İlave olarak sağ mesnette 2 ϕ 18 Düz = 509 mm²



Çukurova Üniversitesi

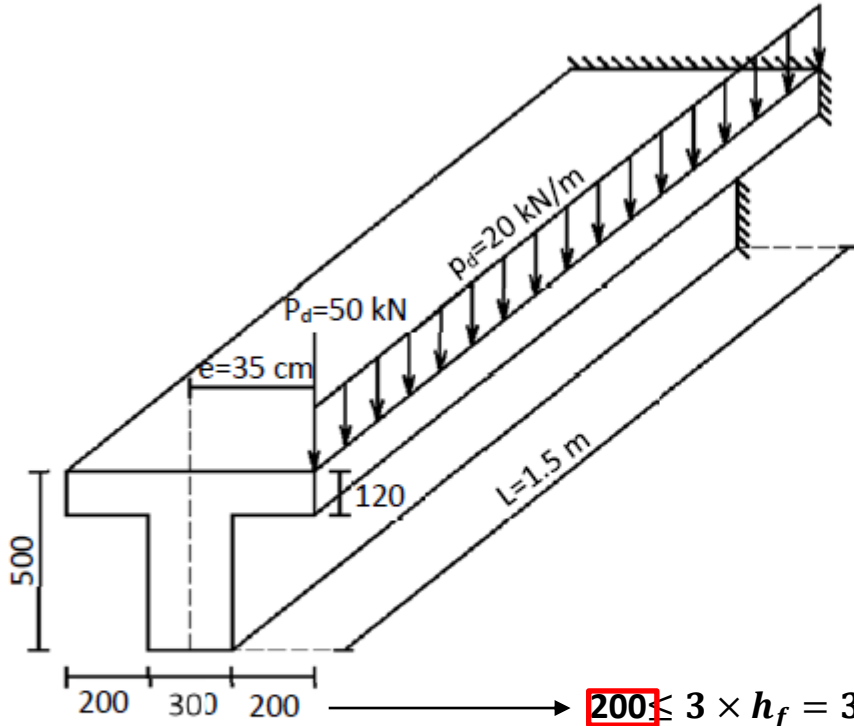
BETONARME 2

BURULMA ETKİSİ ÇALIŞMA SORULARI

Prof. Dr. Cengiz DÜNDAR

Arş. Gör. Sedat KARAAHMETLİ

Soru 1



Şekilde verilen konsol kirişe $p_d=20$ kN/m'lik düzgün yayılı yük ve $P_d=50$ kN'luk kuvvet $e=35$ cm eksantrisite ile etki etmektedir. Kirişin kesme, burulma ve eğilmeye göre tasarımını yapınız. Malzeme C20,S420, etriyeler S220 ve paspayı=40 mm. Beton katkısı %50 alınacaktır.

$$200 \leq 3 \times h_f = 3 \times 120 = 360 \text{ mm}$$

$$V_a = P_d + p_d \cdot L = 50 + 20 \cdot 1.5 = 80 \text{ kN}$$

$$M_a = P_d \cdot L + \frac{p_d \cdot L^2}{2} = 50 \cdot 1.5 + \frac{20 \cdot 1.5^2}{2} = 97.5 \text{ kNm}$$

$$T_a = P_d \cdot e + p_d \cdot e \cdot L = 50 \cdot 0.35 + 20 \cdot 0.35 \cdot 1.5 = 28 \text{ kNm}$$

hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

1)Çatlama Kontrolü

- $V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.0 * (300 * 460) * 10^{-3} = 89.7 \text{ kN}$
- $T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$

$$S = \frac{1}{3} x_i^2 y_i = \frac{1}{3} (300^2 * 500 + 2 * 120^2 * 200) = 16.9 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 16.9 * 10^6 * 1.0 * 10^{-6} = 22.84 \text{ kNm}$$

- $\left(\frac{T_d}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}} \right)^2 = \psi$

$$\left(\frac{28}{22.84} \right)^2 + \left(\frac{80}{89.7} \right)^2 = 2.30 > 1 \quad \text{olduğundan kesit çatlamıştır. Gövde donatısı gereklidir.}$$

2)Gövde Ezilme Kontrolü

$$\tau = \left(\frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * f_{cd}$$

$$\tau = \left(\frac{28 * 10^6}{1.35 * 16.9 * 10^6} + \frac{80000}{300 * 460} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 * 13$$

$$1.81 \leq 2.86 \quad \text{Boyutlar yeterli}$$

3)Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0r}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} \geq \min \frac{A_0}{s}$$

- $\frac{A_{0r}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}}$

$$A_e = b_k * h_k = (300 - 2 * 40) * (500 - 2 * 40) = 92400 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{0r}}{s} = \frac{28 * 10^6}{2 * 92400 * 191} = 0.793 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $\frac{A_{0v}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)} = \frac{(80 - 0.5 * 0.8 * 89.7) 10^3}{191 * 460 * 2} = 0.251 \text{ mm}^2 / \text{mm}$

- $\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d * b_w} \right) b_w$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 \frac{1}{191} \left(1 + 1.3 \frac{28 * 10^6}{80 * 10^3 * 300} \right) 300 = 0.593 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

- $\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0r}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = 0.793 + 0.251 = 1.044 \geq \min \frac{A_0}{s}$

Etriye çapı $\phi 10$ seçilirse $A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$

$$s = 75.2 \text{ mm} < \frac{d}{2} = 230 \text{ mm}, \frac{U_e}{8} = \frac{2 * (b_k + h_k)}{8} = \frac{2 * (220 + 420)}{8} = 160 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$$

Etriye $\phi 10/7.5 \text{ cm}$

4) Boyuna Donatı (Burulma)

$$A_{s1} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 0.793 * 1280 * \frac{191}{365} = 531.3 \text{ mm}^2$$

5) Boyuna Donatı (Eğilme)

$$M_d = 97.5 \text{ kNm}$$

$$K_j = \frac{4.95}{f_{cd}} = 380 \text{ mm}^2 / \text{kN} , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{300 * 460^2}{97.5 * 10^3} = 651 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_j$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} 0.86d} = \frac{97.5 \times 10^6}{365 \times 0.86 \times 460} = 675.2 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 0.8 * \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} * b_w * d = 0.8 * \frac{1}{365} * 300 * 460 = 302 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{\min}$$

6) Boyuna Donatı Seçimi

$$\text{Üstte } 675.2 + \frac{531.3}{2} = 940.85 \text{ mm}^2$$

Seçilen Donatı

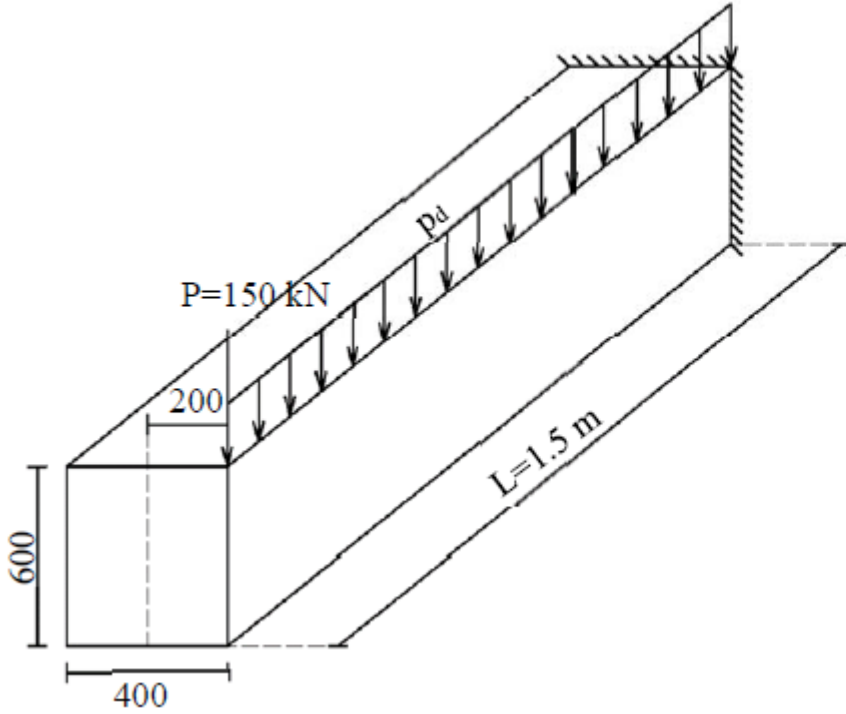
$$5\phi 16 \text{ Düz} = 1005 \text{ mm}^2$$

$$\text{Altta } 0 + \frac{531.3}{2} = 265.7 \text{ mm}^2$$

Mevcut Donatı

$$2\phi 14 \text{ Montaj} = 308 \text{ mm}^2$$

Soru 2



Şekilde verilen bir ucu ankastre kiriş burulma, eğilme momenti ve kesme kuvveti etkisindedir. Kirişte toplam $\phi 10/7.5$ cm burulma ve kesme etriyesi bulunduğuna göre;

a) Kirişe 200 mm eksantrisite ile etkiyebilecek maksimum p_a yayılı yükünü hesaplayınız.

b) $p_a = 42.5$ kN/m olarak kirişin eğilme ve boyuna burulma donatısını hesaplayınız.

Malzeme C20, S420, etriyeler S220, paspayı=30 mm. Betonun kesme dayanımına katkısı %100 varsayılacaktır.

$$T_{cr} = 1.35Sf_{ctd} = 1.35 \times \frac{1}{3} (400^2 \times 600) \times 1.0 \times 10^{-6} = 43.2 \text{ kNm}$$

Çözüm

1) Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$T_d = e * p_d * L + P_d * e = 0.20 * p_d * 1.5 + 150 * 0.2 = 0.3 p_d + 30 \text{ kNm}$$

$$V_d = p_d * L + P_d = p_d * 1.5 + 150 = 1.5 p_d + 150 \text{ kN}$$

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0r}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} + \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)}$$

$$A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$s = 75 \text{ mm}$$

$$A_e = b_k * h_k = (400 - 2 * 30) * (600 - 2 * 30) = 183600 \text{ mm}^2$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.0 * (400 * 570) * 10^{-3} = 148.2 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 * V_{cr} = 118.6 \text{ kN}$$

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0r}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} + \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)}$$

$$\frac{78.54}{75} = \frac{(0.3 p_d + 30) * 10^6}{2 * 183600 * 191} + \frac{((1.5 p_d + 150) - 118.6) * 10^3}{191 * 570 * 2}$$

$$1.05 = 0.0043 p_d + 0.4278 + 0.0069 p_d + 0.1444$$

$$P_d = 42.5 \text{ kN / m}$$

$$V_d = 1.5 \times 42.5 + 150 = 213.75 \text{ kN}$$

$$T_d = 0.3 \times 42.5 + 30 = 42.8 \text{ kNm}$$

$$T_{cr} = 1.35 \times S \times f_{ctd} =$$

$$1.35 \times \frac{1}{3} (400^2 \times 600) \times 1.0 \times 10^{-6} = 43.2 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{42.8}{43.2}\right)^2 + \left(\frac{213.75}{148.2}\right)^2 = 3.06 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır}$$

2) Boyuna Donatı (Burulma)

$$p_d = 42.5 \text{ kN / m}$$

$$T_d = 0.30P_d + 30 = 0.30 \cdot 42.5 + 30 = 42.8 \text{ kNm}$$

$$U_e = 2(b_k + h_k) = 2(340 + 540) = 1760 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}}$$

$$A_{st} = \frac{42.8 \cdot 10^6}{2 \cdot 183600 \cdot 191} \cdot 1760 \cdot \frac{191}{365} = 561.4 \text{ mm}^2$$

3) Boyuna Donatı (Eğilme)

$$M_d = \frac{p_d L^2}{2} + P_d \cdot L = \frac{42.5 \cdot 1.5^2}{2} + 150 \cdot 1.5 = 272.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$K_1 = \frac{4.95}{f_{cd}} = 380 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{400 \cdot 570^2}{272.8 \cdot 10^3} = 476 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_1$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot j \cdot d} = \frac{272.8 \cdot 10^6}{365 \cdot 0.86 \cdot 570} = 1525 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 0.8 \cdot \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} \cdot b_w \cdot d = 0.8 \cdot \frac{1.0}{365} \cdot 400 \cdot 570 = 500 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{\min}$$

4)Toplam Donatı Alanı ve Seçimi (Eğilme+Burulma)

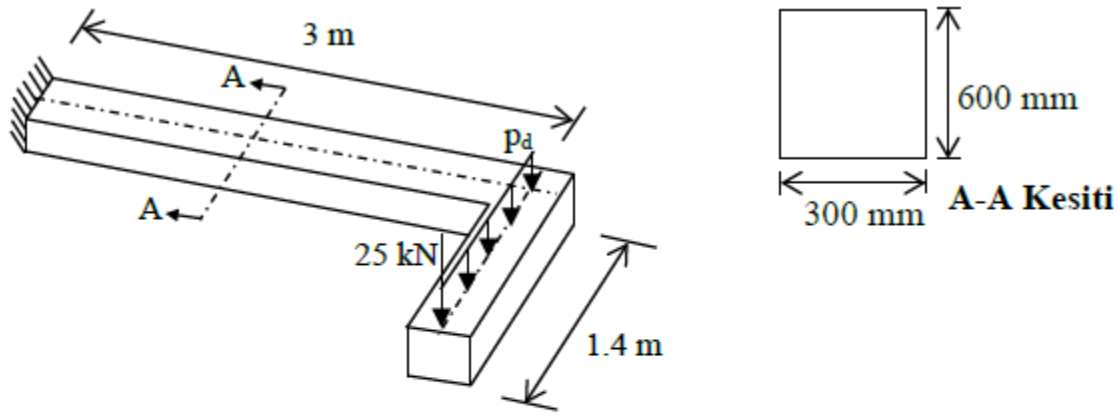
Üstte	Eğilme	1525
	Burulma	280.7
	Toplam	1805.4
Altta	Eğilme	0
	Burulma	280.7
	Toplam	280.7

Seçilen Donatı

Üstte 6 ϕ 20 (1885 mm²)

Altta 2 ϕ 14 (308 mm²)

3)



Şekilde verilen konsol boyunca $\phi 10/7$ cm etriye bulunduğuna göre;

- Kirişin taşıyabileceği maksimum p_d yayılı yükünü hesaplayınız.
- $p_d = 30$ kN/m olarak konsol için gerekli donatıyı hesaplayınız. (Malzeme C30, S420, ($f_{ctd} = 1.25$ Mpa) Etriye S220, Paspayı 30 mm, betonun kesmeye katkısı %100 alınacaktır.)

Çözüm

1) Gövde Donatısı (Kesme+Burulma)

$$T_d = p_d * \frac{1.4^2}{2} + P_d * 1.4 = 0.98p_d + 35 \text{ kNm}$$

$$V_d = 1.4p_d + 25 \text{ kN}$$

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} + \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)}$$

$$A_0 = \frac{\pi * 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$s = 70 \text{ mm}$$

$$A_e = b_k * h_k = (300 - 2 * 30) * (600 - 2 * 30) = 129600 \text{ mm}^2$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} (b_w d) = 0.65 * 1.2 * (300 * 570) * 10^{-3} = 133.4 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 * V_{cr} = 106.7 \text{ kN}$$

$$\frac{A_0}{s} = \frac{A_{0t}}{s} + \frac{A_{0v}}{s} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} + \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d(n)}$$

$$\frac{78.54}{70} = \frac{(0.98p_d + 35) * 10^6}{2 * 129600 * 191} + \frac{((1.4p_d + 25) - 106.7) * 10^3}{191 * 570 * 2}$$

$$1.12 = 0.0198p_d + 0.7070 + 0.0064p_d - 0.3752$$

$$P_d = 30.1 \text{ kN / m}$$

$$V_d = 1.4 \times 30.1 + 25 = 67.14 \text{ kN}$$

$$T_d = 0.98 \times 30.1 + 35 = 64.4 \text{ kNm}$$

$$T_{cr} = 1.35 \times S \times f_{ctd} =$$

$$1.35 \times \frac{1}{3} (300^2 \times 600) \times 1.25 \times 10^{-6} = 30.4 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{64.4}{30.4}\right)^2 + \left(\frac{67.14}{133.4}\right)^2 = 4.74 > 1 \text{ Kesit çatlamıştır}$$

2) Boyuna Donatı (Burulma)

$$p_d = 30 \text{ kN} / m$$

$$T_d = 0.98P_d + 35 = 0.98 \cdot 30 + 35 = 64.4 \text{ kNm}$$

$$U_e = 2(b_k + h_k) = 2(240 + 540) = 1560 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{A_{or} U_e}{s} \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}}$$

$$A_{st} = \frac{64.4 \cdot 10^6}{2 \cdot 129600 \cdot 191} \cdot 1560 \cdot \frac{191}{365} = 1061.9 \text{ mm}^2$$

3) Boyuna Donatı (Eğilme)

$$M_d = p_d \cdot 1.4 \cdot 3 + P_d \cdot 3 = 201 \text{ kNm}$$

$$K_1 = \frac{4.95}{f_{cd}} = 291 \text{ mm}^2 / \text{kN} \quad , \quad K = \frac{b_w d^2}{M_d} = \frac{300 \cdot 570^2}{201 \cdot 10^3} = 485 \text{ mm}^2 / \text{kN}$$

$K > K_1$ olduğundan tek donatılı

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot j \cdot d} = \frac{201 \cdot 10^6}{365 \cdot 0.86 \cdot 570} = 1123.4 \text{ mm}^2$$

$$A_{\min} = 0.8 \cdot \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} \cdot b_w \cdot d = 0.8 \cdot \frac{1.2}{365} \cdot 300 \cdot 570 = 450 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{\min}$$

4)Toplam Donatı Alanı ve Seçimi (Eğilme+Burulma)

Üstte	Eğilme	1123.4
	Burulma	530.9
	Toplam	1654.3
Altta	Eğilme	0
	Burulma	530.9
	Toplam	530.9

Seçilen Donatı

Üstte 6 ϕ 20 (1885 mm²)

Altta 4 ϕ 14 (616 mm²)